$$= \lim_{x \to -\infty} f = \frac{1}{-2\sqrt{1+\frac{1}{x^2}}} = -\frac{1}{2}$$

$$\lim_{x \to +\infty} f = \lim_{x \to +\infty} f \frac{\sqrt{x^2\left(1+\frac{1}{x^2}\right)}-1}{x} \qquad = \lim_{x \to +\infty} f = \frac{\cancel{x}\sqrt{1+\frac{1}{x^2}}}{\cancel{x}} - \frac{1}{x}$$

$= 1$

b) On a : $\begin{cases} f \text{ est continue sur } \mathbb{R} \\ f \text{ ets strictement croissante sur } \mathbb{R} \end{cases}$

D'où : $f$ est une bijection de $\mathbb{R}$ sur

$$J = f(\mathbb{R}) = ]\lim_{x \to +\infty} f, \lim_{x \to -\infty}[ = ]-\frac{1}{2}, 1[$$

**Solution 22:**

**A.**

1°/ $h$ est définie, continue et dérivable sur **R** et $\forall x \in \mathbf{R}$,

$h'(x) = 3x^2 - 6x + 3 = 3(x^2 - 2x + 1) = 3(x-1)^2 \geq 0$.

| $x$ | $-\infty$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $h'(x)$ | | $+$ | $0$ | $+$ | |
| $h(x)$ | $-\infty$ | ↗ | | ↗ | $+\infty$ |

2°/a) $h$ est continue et strictement croissante sur **R** donc $h$ réalise une bijection de **R** sur **R** et comme $0 \in \mathbf{R}$ donc 0 admet un seul antécédent $\alpha \in \mathbf{R}$ par $h \Rightarrow h(\alpha) = 0$.

b) On a : $\begin{cases} h(0,6) \cdot h(0,5) < 0 \quad et \\ h \text{ est continue sur } [-0,6; -0,5] \end{cases} \Rightarrow -0,6 < \alpha < -0,5$.

3°/ D'après le tableau de variations de $h$ on a :

| $x$ | $-\infty$ | | $\alpha$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $h(x)$ | $-\infty$ | ↗ | $0$ | ↗ | $+\infty$ |